

## Демонстрационный вариант ГИА (9 класс) Часть 1

1. Установите соответствие между выражениями и их значениями.

А)  $0,3 + 1 \cdot \frac{1}{3}$

Б)  $\frac{0,4}{0,3} \cdot \frac{1}{2}$

В)  $\frac{12,2 - 3,4}{2,2}$

1) 4

2) 3,3

3)  $\frac{2}{3}$

4) 4,4

А	Б	В

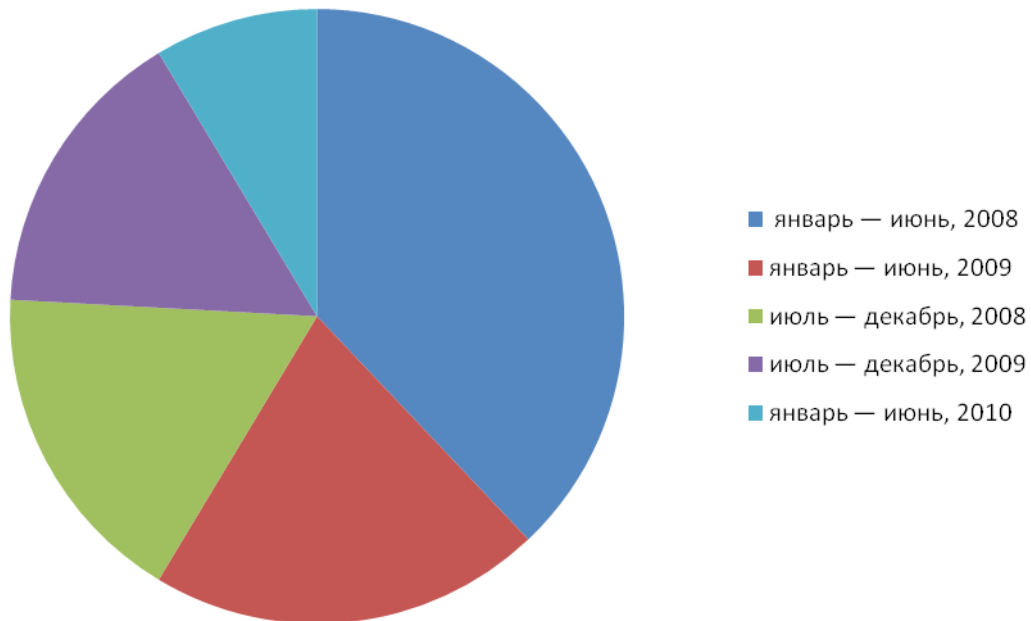
2. На диаграмме показано распределение появления новых вредоносных программ, атакующих игровые платформы, за период с 2008 по 2010 гг. с интервалом 6 месяцев (см. рис. 1). Определите по диаграмме, в какой из указанных периодов количество таких программ было наибольшим.

1) январь — июнь, 2008

2) июль — декабрь, 2008

3) январь — июнь, 2009

4) июль — декабрь, 2009



**Рисунок 1**

Ответ: \_\_\_\_\_

3. В автопарке количество новых автобусов относится к количеству старых как 1 : 4. Сколько процентов автобусов в автопарке составляют новые автобусы?

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $1200 \text{ м}^2$  и одна сторона в 3 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Паша наудачу выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 7.

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Найдите значение выражения  $\frac{(3\sqrt{10})^2}{25}$

Ответ: \_\_\_\_\_

7. Последовательность задана формулой  $a_n = n - \frac{(-1)^n}{n}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Какое из следующих чисел является членом этой последовательности?

1) 1

2)  $\frac{27}{5}$

3)  $\frac{15}{4}$

4)  $\frac{7}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_

8. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства  $x + y < z$  ?

1)  $z - y > x$

2)  $z - x > y$

3)  $z - x + y < 0$

4)  $x + y - z < 0$

Ответ: \_\_\_\_\_

9. Расстояние  $s$  (в м), которое пролетает тело при свободном падении, можно приближенно вычислить по формуле  $s = vt + 5t^2$ , где  $v$  — начальная скорость (в м/с),  $t$  — время падения (в с). На какой высоте над землей окажется камень, упавший с высоты 50 м, через 2 с после начала падения, если его начальная скорость равна 8 м/с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Упростите выражение  $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{ab}{a+b}$

Ответ: \_\_\_\_\_

11. Углы  $A$ ,  $B$  и  $C$  четырёхугольника  $ABCD$  относятся как 1: 2: 4. Найдите угол  $D$ , если около данного четырёхугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_

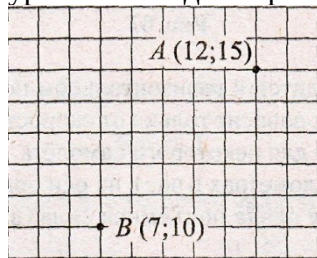
12. Решите уравнение  $\frac{2-x}{3x-1} = -1$

Ответ: \_\_\_\_\_

13. Решите неравенство  $3x^2 + 4x - 27 \leq 2x^2 + 5x - 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

14. На координатной плоскости отмечены точки  $A$  и  $B$  (см. рис. 2). Какое уравнение задаёт прямую, проходящую через эти точки?



Ответ: \_\_\_\_\_

Рисунок 2

1)  $5x - 5y = 3$

2)  $12x - 7y = 5$

3)  $x + y = 5$

4)  $x - y = -3$

Ответ: \_\_\_\_\_

15. Какие из следующих утверждений верны?

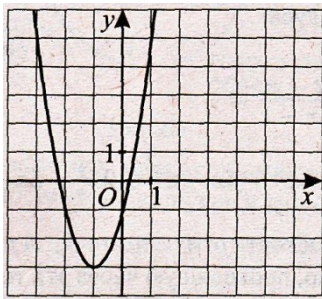
- 1) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.
- 2) Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник — прямоугольный.
- 3) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 4) Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в  $60^\circ$ , равен половине гипотенузы.

Ответ: \_\_\_\_\_

16. В ромбе сторона равна 6, а один из углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь ромба.

Ответ: \_\_\_\_\_

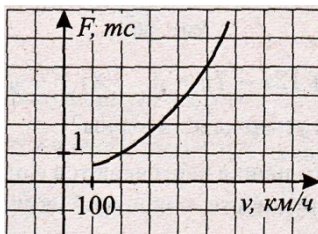
17. Найдите значение  $a$  по графику функции вида  $y = ax^2 + bx + c$ , изображённому на рисунке 3.



Ответ: \_\_\_\_\_

Рисунок 3

18. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке 4 изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 500 км/ч.



Ответ: \_\_\_\_\_

Рисунок 4

## Часть 2

### Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь  $\frac{28^{2n+1}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}}$

Ответ: \_\_\_\_\_

20. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют товарный и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 35 км/ч и 55 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 600 метрам. Найдите длину товарного поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 54 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

21. Через точки  $A$  и  $B$ , лежащие на диаметре окружности с центром в точке  $O$ , проведены касательные. Через точку  $K$ , лежащую на окружности, проведена касательная, которая пересекает первые две касательные в точках  $L$  и  $N$ . Докажите, что треугольник  $NOL$  — прямоугольный.

Ответ: \_\_\_\_\_

22. Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых уравнение  $(p - 3)x^2 - 4px + 8p = 0$  имеет два различных положительных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_

23. Трапеция вписана в окружность, диаметр которой является основанием трапеции и равен  $2\sqrt{6}$ . Найдите второе основание трапеции, если одна из боковых её сторон равна 3.

Ответ: \_\_\_\_\_

## Решение

1. А)  $0,3 + 1 : \frac{1}{3} = 0,3 + 3 = 3,3;$

Б)  $\frac{0,4}{0,3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3};$

В)  $\frac{12,2 - 3,4}{2,2} = \frac{8,8}{2,2} = 4;$

**Ответ:** А - 2; Б - 3; В - 1.

2. Наибольший сектор диаграммы соответствует периоду январь — июнь, 2008г.

**Ответ:** 1.

3. Так как количество новых автобусов относится к количеству старых как 1 : 4, то новые автобусы составляют - от общего числа автобусов. Выразим эту величину в процентах:  $\frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%$ .

**Ответ:** 20.

4. Обозначим меньшую сторону прямоугольного участка через  $x$  м. Тогда большая сторона равна  $3x$  м;  $3x^2 = 1200$ ,  $x^2 = 400$ ,  $x > 0$ ,  $x = 20$ . Следовательно, меньшая сторона прямоугольника — 20 м, большая сторона —  $20 \cdot 3 = 60$  (м).

Периметр прямоугольника равен  $2(20 + 60) = 160$  (м).

**Ответ:** 160.

5. Всего есть 90 двузначных чисел (10, 11, 12, ..., 99), из них на 7 оканчиваются 9 чисел (17, 27, 37, ..., 97). Вероятность того, что наугад выбранное двузначное число оканчивается на 7, равна  $\frac{9}{90} = 0,1$ .

**Ответ:** 0,1.

6.  $\frac{(3\sqrt{10})^2}{25} = \frac{9 \cdot 10}{25} = 3,6$

**Ответ:** 3,6.

7. Члены данной последовательности имеют вид  $n - \frac{1}{n}$  для чётных  $n$ ,  $n + \frac{1}{n}$  — для нечётных. Среди предлагаемых в качестве вариантов ответа чисел указанный вид имеет только  $\frac{15}{4} = 4 - \frac{1}{4}$ .

**Ответ:** 3.

8. Из неравенства  $x + y < z$  не следует неравенство  $z - x + y < 0$ .

**Ответ:** 3.

9. За 2 секунды камень пролетит  $8 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 = 36$  метров, поэтому окажется на высоте  $50 - 36 = 14$  метров над землёй.

**Ответ:** 14.

10.  $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a - b$

**Ответ:**  $a — b$ .

11. По условию  $\angle C = 4\angle A$ . Так как у вписанного четырёхугольника сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ , то  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ;  $\angle A + 4\angle A = 180^\circ$ ;  $\angle A = 36^\circ$ . Также по условию  $\angle B = 2\angle A = 72^\circ$ . Так как  $\angle B + \angle D = 180^\circ$ , то  $\angle D = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ .

**Ответ:** 108.

12.  $\frac{2-x}{3x-1} = -1$ ;  $2-x=1-3x$ ;  $2x = -1$ ;  $x = -0,5$ . Проверка:  $\frac{2+0,5}{-3 \cdot 0,5} = -1$ , равенство верно.

**Ответ:** -0,5.

13.  $3x^2 + 4x - 27 \leq 2x^2 + 5x - 15$ ;  $x^2 - x - 12 \leq 0$ . Корнями трёхчлена в левой части неравенства являются  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = 3$ . Старший коэффициент трёхчлена положителен, поэтому трёхчлен будет отрицателен на промежутке между корнями, то есть решением неравенства является  $-4 \leq x \leq 3$ .

**Ответ:** [-3;4].

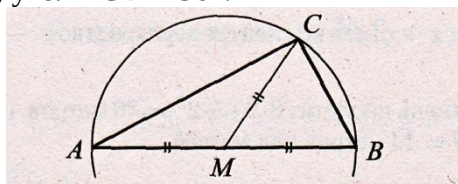
14. Запишем уравнение прямой, проходящей через точки А и В:  $\frac{x-7}{12-7} = \frac{y-10}{15-10}$ ;  $x-7=y-10$ ;  
 $x-y = -3$ .

**Ответ:** 4.

15. Утверждение 1) является неверным, поскольку точка пересечения биссектрис является центром окружности, вписанной в треугольник.

Утверждение 2) является верным.

Рассмотрим треугольник  $ABC$  (см. рис. 5). Пусть  $CM$  — медиана. Согласно утверждению  $CM = AM = BM$ . Следовательно,  $M$  — центр описанной окружности и  $AB$  её диаметр. Значит, угол  $ACB = 90^\circ$ .



**Рисунок 5**

Утверждение 3) неверно, так как отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Утверждение 4) неверно. Если  $c$  — гипотенуза прямоугольного треугольника,  $a$  — катет, лежащий против угла в  $60^\circ$ , то  $a = \frac{\sqrt{3}}{2} c$ .

**Ответ:** 2.

16. Пусть  $a$  — сторона ромба,  $\alpha$  — один из его углов.

Площадь ромба  $S = a^2 \sin \alpha = 6^2 \sin 30^\circ = 18$ .

**Ответ:** 18.

17. Абсцисса вершины параболы ( $x_0$ ,  $y(x_0)$ ) определяется по формуле  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ . По графику определяем, что эта величина равна -1. Следовательно,  $-\frac{b}{2a} = -1$ .

Так как график функции проходит через точку с координатами (0; -1), то  $c = -1$ .

Подставляя это значение  $c$  и значения координат вершины параболы (-1; -3) в уравнение,

задающее график функции, получим уравнение  $-3 = a - b - 1$ . Решая систему уравнений,

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1, \\ -3 = a - b - 1, \end{cases}$$

находим  $a = 2, b = 4$ .

**Ответ: 2.**

18. Согласно данным рисунка, цена одного деления по горизонтали равна 100 км/ч, а по вертикали — 1 тс. Следовательно, скорости 500 км/ч (пятому делению по горизонтали) соответствует подъемная сила 4 тс (четвёртому делению по вертикали).

**Ответ: 4.**

19.

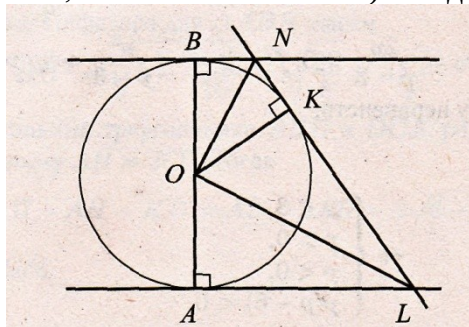
$$\frac{28^{2n+1}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}} = \frac{(7 \cdot 4)^{2n+1}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}} = \frac{7^{2n+2} \cdot 2^{2(2n+1)}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}} = 7^{2n+2-(n+1)} \cdot 2^{4n+2-(n+2)} = 7^n \cdot 2^{3n} = 7^n \cdot 8^n = 56^n$$

**Ответ:  $56^n$ .**

20. Пусть  $x$  м — длина товарного поезда. Так как поезда следуют навстречу друг другу, то скорость, с которой они будут двигаться мимо друг друга, равна  $35 + 55 = 90$  (км/ч) =  $\frac{90 \cdot 1000}{3600}$  (м/с) = 25 (м/с). Так как длина пассажирского поезда равна 600 м, то расстояние, которое преодолет товарный поезд, проходя мимо пассажирского, равно  $(600 + x)$  м, а время —  $\frac{600+x}{25}$  с. Значит,  $\frac{600+x}{25} = 54$ ;  $x = 750$ . Следовательно, длина товарного поезда — 750 м.

**Ответ: 750.**

21. 1) Треугольники  $NOK$  и  $BON$  равны ( $ON$  — общая сторона,  $OK = OB$  — радиусы окружности,  $\angle NKO = \angle NBO = 90^\circ$ ). Следовательно,  $\angle NOK = \angle NOB$  (см. рис. 6).



**Рисунок 6**

2) Аналогично,  $\triangle AOL = \triangle KOL$  и  $\angle AOL = \angle KOL$ .

3) Так как  $\angle AOB$  — развёрнутый, то  $\angle BON + \angle NOK + \angle KOL + \angle LOA = 180^\circ$ .

$$2\angle NOK + 2\angle KOL = 180^\circ.$$

$\angle NOK + \angle KOL = \angle NOL = 90^\circ$ . Что и требовалось доказать.

22. Если  $p = 3$ , то уравнение имеет единственный корень. Это противоречит условию задачи. Пусть  $p \neq 3$ . Рассмотрим два случая.

1) Пусть  $p - 3 > 0$  — ветви параболы  $f(x) = (p - 3)x^2 - 4px + 8p$

направлены вверх. Так как решением уравнения должны быть два различных положительных корня, то должны выполняться условия:  $\frac{c}{a} = \frac{8p}{p-3} > 0$  (по теореме Виета),  $x_0 = \frac{2p}{p-3} > 0$ ,  $f(x_0) = -4\frac{p^2}{p-3} + 8p < 0$ .

Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} p - 3 > 0, \\ \frac{8p}{p-3} > 0, \\ \frac{2p}{p-3} > 0, \\ 4\frac{p(p-6)}{p-3} < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p > 3, \\ p > 0, \\ p(p-6) < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p > 3, \\ p > 0, \\ 0 < p < 6; \end{cases} \Leftrightarrow 3 < p < 6.$$

2) Пусть  $p - 3 < 0$  — ветви параболы  $f(x) = (p - 3)x^2 - 4px + 8p$  направлены вниз. Тогда, согласно условию задачи,  $\frac{c}{a} = \frac{8p}{p-3} < 0$  (по теореме Виета),  $x_0 = \frac{2p}{p-3} > 0$ ,  $f(x_0) = -4\frac{p^2}{p-3} + 8p > 0$ .

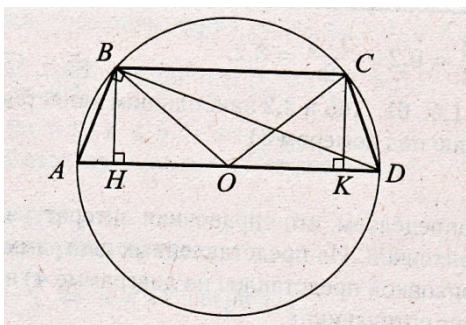
Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} p - 3 < 0, \\ \frac{8p}{p-3} < 0, \\ \frac{2p}{p-3} > 0, \\ 4\frac{p(p-6)}{p-3} > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p < 3, \\ p > 0, \\ p < 0, \\ p(p-6) < 0. \end{cases}$$

Эта система не имеет решений.

**Ответ:** (3; 6).

23. 1) Пусть  $O$  — центр окружности (см. рис. 7),  $R$  — её радиус.  $\triangle BOC$  — равнобедренный ( $BO = CO = R$ ). Следовательно,  $\angle CBO = \angle BCO$ . Так как  $\angle CBO = \angle BOA$  и  $\angle BCO = \angle COD$  (как накрест лежащие), то  $\angle BOA = \angle COD$ . Следовательно,  $\triangle ABO = \triangle COD$  ( $OA = OB = OC = OD = R$ ,  $\angle BOA = \angle COD$ ). Значит, трапеция  $ABCD$  — равнобедренная.



**Рисунок 7**



2)  $\angle ABD=90^\circ$ , как вписанный, опирающийся на диаметр. По теореме Пифагора для  $\Delta ABD$  имеем  $BD = \sqrt{(AD^2 - AB^2)} = \sqrt{15}$ .  $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AD$ , поэтому

$$BH = \frac{AB \cdot BD}{AD} = \frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{10}}{4}.$$

3) По теореме Пифагора для  $\Delta ABH$  имеем

$$AH = \sqrt{(AB^2 - BH^2)} = \sqrt{\left(9 - \frac{9 \cdot 10}{16}\right)} = \sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}.$$

4) Прямоугольные треугольники  $ABH$  и  $DCK$  равны ( $BH = CK$ ,  $AB = CD$ ), поэтому  $AH=KD$ . Тогда

$$BC = HK = AD - AH - KD = AD - 2AH = 2\sqrt{6} - 2 \cdot \frac{3\sqrt{6}}{4} = 0,5\sqrt{6}$$

**Ответ:**  $0,5\sqrt{6}$ .