

Демонстрационный вариант ГИА (9 класс) Часть 1

1. Установите соответствие между выражениями и их значениями.

А) $0,3 + 1 : \frac{1}{3}$

Б) $\frac{0,4}{0,3} \cdot \frac{1}{2}$

В) $\frac{12,2 - 3,4}{2,2}$

1) 4

2) 3,3

3) $\frac{2}{3}$

4) 4,4

А	Б	В

2. На диаграмме показано распределение появления новых вредоносных программ, атакующих игровые платформы, за период с 2008 по 2010 гг. с интервалом 6 месяцев (см. рис. 1). Определите по диаграмме, в какой из указанных периодов количество таких программ было наибольшим.

1) январь — июнь, 2008

2) июль — декабрь, 2008

3) январь — июнь, 2009

4) июль — декабрь, 2009

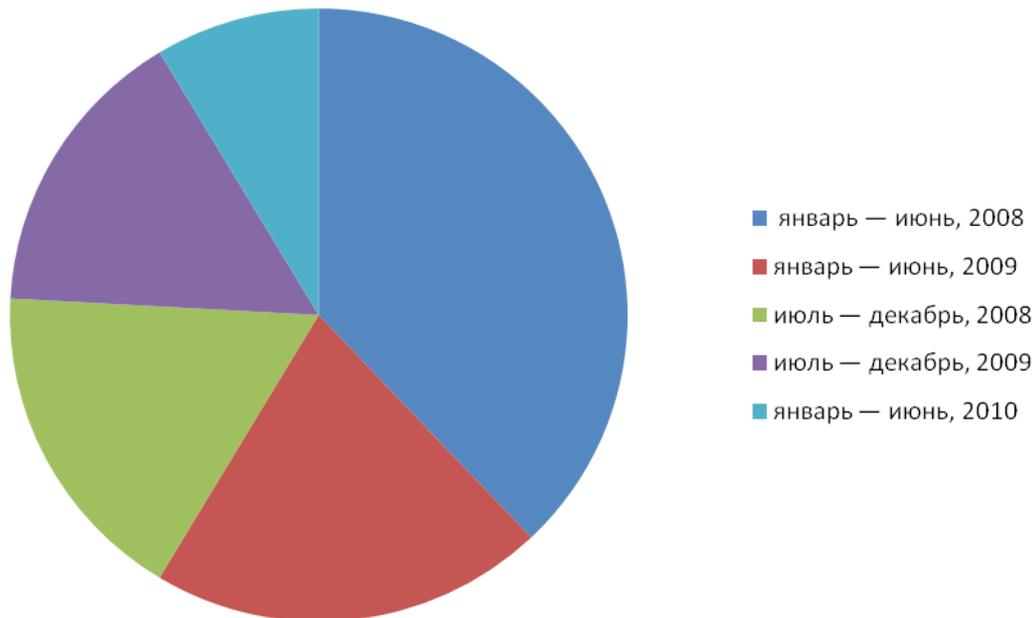


Рисунок 1

Ответ: _____

3. В автопарке количество новых автобусов относится к количеству старых как 1 : 4. Сколько процентов автобусов в автопарке составляют новые автобусы?

Ответ: _____

4. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна 1200 м^2 и одна сторона в 3 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

5. Паша наудачу выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 7.

Ответ: _____

6. Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{10})^2}{25}$

Ответ: _____

7. Последовательность задана формулой $a_n = n - \frac{(-1)^n}{n}$, $n \in \mathbb{Z}$. Какое из следующих чисел является членом этой последовательности?

1) 1

2) $\frac{27}{5}$

3) $\frac{15}{4}$

4) $\frac{7}{2}$

Ответ: _____

8. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $x + y < z$?

1) $z - y > x$

2) $z - x > y$

3) $z - x + y < 0$

4) $x + y - z < 0$

Ответ: _____

9. Расстояние s (в м), которое пролетает тело при свободном падении, можно приближенно вычислить по формуле $s = vt + 5t^2$, где v — начальная скорость (в м/с), t — время падения (в с). На какой высоте над землей окажется камень, упавший с высоты 50 м, через 2 с после начала падения, если его начальная скорость равна 8 м/с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

10. Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{ab}{a+b}$

Ответ: _____

11. Углы A , B и C четырёхугольника $ABCD$ относятся как 1: 2: 4. Найдите угол D , если около данного четырёхугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

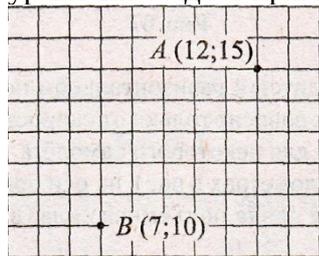
12. Решите уравнение $\frac{2-x}{3x-1} = -1$

Ответ: _____

13. Решите неравенство $3x^2 + 4x - 27 \leq 2x^2 + 5x - 15$.

Ответ: _____

14. На координатной плоскости отмечены точки A и B (см. рис. 2). Какое уравнение задаёт прямую, проходящую через эти точки?



Ответ: _____

Рисунок 2

1) $5x - 5y = 3$

2) $12x - 7y = 5$

3) $x + y = 5$

4) $x - y = -3$

Ответ: _____

15. Какие из следующих утверждений верны?

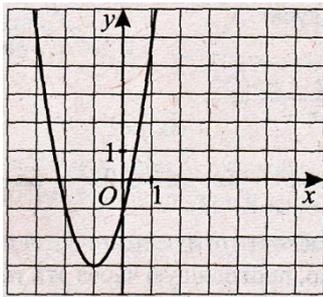
- 1) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.
- 2) Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник — прямоугольный.
- 3) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 4) Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 60° , равен половине гипотенузы.

Ответ: _____

16. В ромбе сторона равна 6, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

Ответ: _____

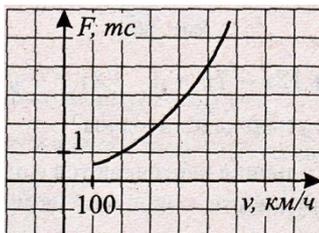
17. Найдите значение a по графику функции вида $y = ax^2 + bx + c$, изображённому на рисунке 3.



Ответ: _____

Рисунок 3

18. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке 4 изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 500 км/ч.



Ответ: _____

Рисунок 4

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Сократите дробь $\frac{28^{2n+1}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}}$

Ответ: _____

20. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют товарный и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 35 км/ч и 55 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 600 метрам. Найдите длину товарного поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 54 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

21. Через точки A и B , лежащие на диаметре окружности с центром в точке O , проведены касательные. Через точку K , лежащую на окружности, проведена касательная, которая пересекает первые две касательные в точках L и N . Докажите, что треугольник NOL — прямоугольный.

Ответ: _____

22. Найдите все значения p , при каждом из которых уравнение $(p - 3)x^2 - 4px + 8p = 0$ имеет два различных положительных корня.

Ответ: _____

23. Трапеция вписана в окружность, диаметр которой является основанием трапеции и равен $2\sqrt{6}$. Найдите второе основание трапеции, если одна из боковых её сторон равна 3.

Ответ: _____

Решение

1. А) $0,3 + 1 : \frac{1}{3} = 0,3 + 3 = 3,3;$

Б) $\frac{0,4}{0,3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3};$

В) $\frac{12,2 - 3,4}{2,2} = \frac{8,8}{2,2} = 4;$

Ответ: А - 2; Б - 3; В - 1.

2. Наибольший сектор диаграммы соответствует периоду январь — июнь, 2008г.

Ответ: 1.

3. Так как количество новых автобусов относится к количеству старых как 1 : 4, то новые автобусы составляют - от общего числа автобусов. Выразим эту величину в процентах: $\frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20.

4. Обозначим меньшую сторону прямоугольного участка через x м. Тогда большая сторона равна $3x$ м; $3x^2 = 1200$, $x^2 = 400$, $x > 0$, $x = 20$. Следовательно, меньшая сторона прямоугольника — 20 м, большая сторона — $20 \cdot 3 = 60$ (м).

Периметр прямоугольника равен $2(20 + 60) = 160$ (м).

Ответ: 160.

5. Всего есть 90 двузначных чисел (10, 11, 12, ..., 99), из них на 7 оканчиваются 9 чисел (17, 27, 37, ..., 97). Вероятность того, что наугад выбранное двузначное число оканчивается на 7, равна $\frac{9}{90} = 0,1$.

Ответ: 0,1.

6. $\frac{(3\sqrt{10})^2}{25} = \frac{9 \cdot 10}{25} = 3,6$

Ответ: 3,6.

7. Члены данной последовательности имеют вид $n - \frac{1}{n}$ для чётных n , $n + \frac{1}{n}$ — для нечётных. Среди предлагаемых в качестве вариантов ответа чисел указанный вид имеет только $\frac{15}{4} = 4 - \frac{1}{4}$.

Ответ: 3.

8. Из неравенства $x + y < z$ не следует неравенство $z - x + y < 0$.

Ответ: 3.

9. За 2 секунды камень пролетит $8 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 = 36$ метров, поэтому окажется на высоте $50 - 36 = 14$ метров над землёй.

Ответ: 14.

10. $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a - b$

Ответ: $a — b$.

11. По условию $\angle C = 4\angle A$. Так как у вписанного четырёхугольника сумма противоположных углов равна 180° , то $\angle A + \angle C = 180^\circ$; $\angle A + 4\angle A = 180^\circ$; $\angle A = 36^\circ$. Также по условию $\angle B = 2\angle A = 72^\circ$. Так как $\angle B + \angle D = 180^\circ$, то $\angle D = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.

Ответ: 108.

12. $\frac{2-x}{3x-1} = -1$; $2-x=1-3x$; $2x=-1$; $x=-0,5$. Проверка: $\frac{2+0,5}{-3\cdot 0,5} = -1$, равенство верно.

Ответ: -0,5.

13. $3x^2 + 4x - 27 \leq 2x^2 + 5x - 15$; $x^2 - x - 12 \leq 0$. Корнями трёхчлена в левой части неравенства являются $x_1 = -4$, $x_2 = 3$. Старший коэффициент трёхчлена положителен, поэтому трёхчлен будет отрицателен на промежутке между корнями, то есть решением неравенства является $-4 \leq x \leq 3$.

Ответ: [-3;4].

14. Запишем уравнение прямой, проходящей через точки А и В: $\frac{x-7}{12-7} = \frac{y-10}{15-10}$; $x-7=y-10$;
 $x-y = -3$.

Ответ: 4.

15. Утверждение 1) является неверным, поскольку точка пересечения биссектрис является центром окружности, вписанной в треугольник.

Утверждение 2) является верным.

Рассмотрим треугольник ABC (см. рис. 5). Пусть CM — медиана. Согласно утверждению $CM = AM = BM$. Следовательно, M — центр описанной окружности и AB её диаметр. Значит, угол $ACB = 90^\circ$.

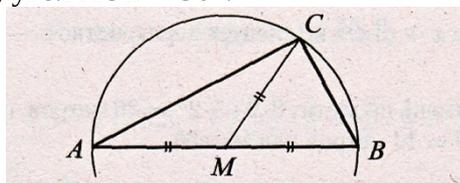


Рисунок 5

Утверждение 3) неверно, так как отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Утверждение 4) неверно. Если c — гипотенуза прямоугольного треугольника, a — катет, лежащий против угла в 60° , то $a = \frac{\sqrt{3}}{2} c$.

Ответ: 2.

16. Пусть a — сторона ромба, α — один из его углов.

Площадь ромба $S = a^2 \sin \alpha = 6^2 \sin 30^\circ = 18$.

Ответ: 18.

17. Абсцисса вершины параболы (x_0 , $y(x_0)$) определяется по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$. По графику определяем, что эта величина равна -1. Следовательно, $-\frac{b}{2a} = -1$.

Так как график функции проходит через точку с координатами (0; -1), то $c = -1$.

Подставляя это значение c и значения координат вершины параболы (-1; -3) в уравнение,

задающее график функции, получим уравнение $-3 = a - b - 1$. Решая систему уравнений,

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1, \\ -3 = a - b - 1, \end{cases}$$

находим $a = 2$, $b = 4$.

Ответ: 2.

18. Согласно данным рисунка, цена одного деления по горизонтали равна 100 км/ч, а по вертикали — 1 тс. Следовательно, скорости 500 км/ч (пятому делению по горизонтали) соответствует подъёмная сила 4 тс (четвёртому делению по вертикали).

Ответ: 4.

19.

$$\frac{28^{2n+1}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}} = \frac{(7 \cdot 4)^{2n+1}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}} = \frac{7^{2n+2} \cdot 2^{2(2n+1)}}{2^{n+2} \cdot 7^{n+1}} = 7^{2n+2-(n+1)} \cdot 2^{4n+2-(n+2)} = 7^n \cdot 2^{3n} = 7^n \cdot 8^n = 56^n$$

Ответ: 56^n .

20. Пусть x м — длина товарного поезда. Так как поезда следуют навстречу друг другу, то скорость, с которой они будут двигаться мимо друг друга, равна $35 + 55 = 90$ (км/ч) = $\frac{90 \cdot 1000}{3600}$ (м/с) = 25 (м/с). Так как длина пассажирского поезда равна 600 м, то расстояние, которое преодолит товарный поезд, проходя мимо пассажирского, равно $(600 + x)$ м, а время — $\frac{600+x}{25}$ с. Значит, $\frac{600+x}{25} = 54$; $x = 750$. Следовательно, длина товарного поезда — 750 м.

Ответ: 750.

21. 1) Треугольники NOK и BON равны (ON — общая сторона, $OK = OB$ — радиусы окружности, $\angle NKO = \angle NBO = 90^\circ$). Следовательно, $\angle NOK = \angle NOB$ (см. рис. 6).

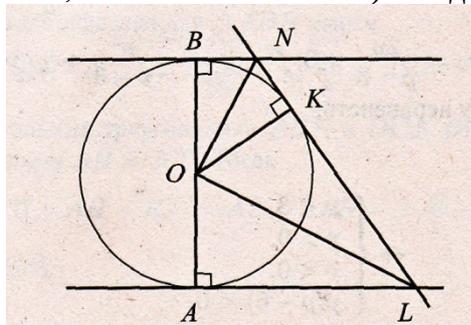


Рисунок 6

2) Аналогично, $\triangle AOL = \triangle KOL$ и $\angle AOL = \angle KOL$.

3) Так как $\angle AOB$ — развёрнутый, то $\angle BON + \angle NOK + \angle KOL + \angle LOA = 180^\circ$.

$$2\angle NOK + 2\angle KOL = 180^\circ.$$

$\angle NOK + \angle KOL = \angle NOL = 90^\circ$. Что и требовалось доказать.

22. Если $p = 3$, то уравнение имеет единственный корень. Это противоречит условию задачи. Пусть $p \neq 3$. Рассмотрим два случая.

1) Пусть $p - 3 > 0$ — ветви параболы $f(x) = (p - 3)x^2 - 4px + 8p$

направлены вверх. Так как решением уравнения должны быть два различных положительных корня, то должны выполняться условия: $\frac{c}{a} = \frac{8p}{p-3} > 0$ (по теореме Виета), $x_0 = \frac{2p}{p-3} > 0$, $f(x_0) = -4\frac{p^2}{p-3} + 8p < 0$.

Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} p - 3 > 0, \\ \frac{8p}{p-3} > 0, \\ \frac{2p}{p-3} > 0, \\ 4\frac{p(p-6)}{p-3} < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p > 3, \\ p > 0, \\ p(p-6) < 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p > 3, \\ p > 0, \\ 0 < p < 6; \end{cases} \Leftrightarrow 3 < p < 6.$$

2) Пусть $p - 3 < 0$ — ветви параболы $f(x) = (p - 3)x^2 - 4px + 8p$ направлены вниз. Тогда, согласно условию задачи, $\frac{c}{a} = \frac{8p}{p-3} < 0$ (по теореме Виета), $x_0 = \frac{2p}{p-3} > 0$, $f(x_0) = -4\frac{p^2}{p-3} + 8p > 0$.

Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} p - 3 < 0, \\ \frac{8p}{p-3} < 0, \\ \frac{2p}{p-3} > 0, \\ 4\frac{p(p-6)}{p-3} > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p < 3, \\ p > 0, \\ p < 0, \\ p(p-6) < 0. \end{cases}$$

Эта система не имеет решений.

Ответ: (3; 6).

23. 1) Пусть O — центр окружности (см. рис. 7), R — её радиус. $\triangle BOC$ — равнобедренный ($BO = CO = R$). Следовательно, $\angle CBO = \angle BCO$. Так как $\angle CBO = \angle BOA$ и $\angle BCO = \angle COD$ (как накрест лежащие), то $\angle BOA = \angle COD$. Следовательно, $\triangle ABO = \triangle COD$ ($OA = OB = OC = OD = R$, $\angle BOA = \angle COD$). Значит, трапеция $ABCD$ — равнобедренная.

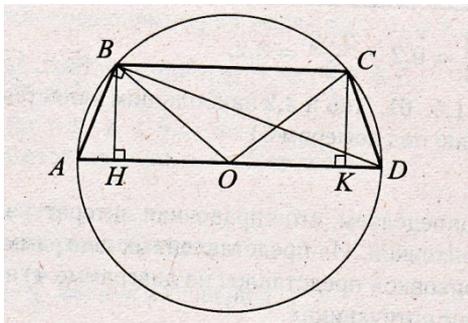


Рисунок 7

2) $\angle ABD=90^\circ$, как вписанный, опирающийся на диаметр. По теореме Пифагора для $\triangle ABD$ имеем $BD = \sqrt{(AD^2 - AB^2)} = \sqrt{15}$. $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AD$, поэтому

$$BH = \frac{AB \cdot BD}{AD} = \frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{10}}{4}.$$

3) По теореме Пифагора для $\triangle ABH$ имеем

$$AH = \sqrt{(AB^2 - BH^2)} = \sqrt{\left(9 - \frac{9 \cdot 10}{16}\right)} = \sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}.$$

4) Прямоугольные треугольники ABH и DCK равны ($BH = CK$, $AB = CD$), поэтому $AH=KD$. Тогда

$$BC = HK = AD - AH - KD = AD - 2AH = 2\sqrt{6} - 2 \cdot \frac{3\sqrt{6}}{4} = 0,5\sqrt{6}$$

Ответ: $0,5\sqrt{6}$.